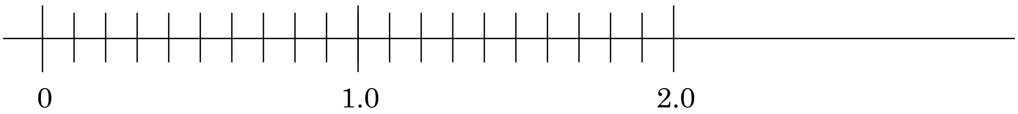
2018年度前期　機械工学概論と機械工学概論 I　期末テスト問題（2018年8月6日1限　104号教室）

以下の設問に解答してください．解答の順番は自由です．解答用紙は **3 枚提出してください**.

1.　下記の目盛り上に記入した値を読み取ると，2×0.866 がいくつになるか説明してください.



2.　平地に静止した 1.00×10^{3} kgの車を 10.0 秒間で時速 35.0 kmに加速する仕事率を求めてください.

3.　回転軸が，トルク T N･m で，一秒間に n 回転するときの，仕事率を求めてください．（トルクは，力のモーメントと同じ意味で，回転方向にかかる力の大きさとその作用点と回転中心の距離の積です.）

4.　絶対値が図 1 の斜線部の面積と同じで負の値を示す S が得られるように，空欄をうめて完成させた式(4)を回答用紙に記述してください．なお，逆関数は使わず，$y=F(x)$も具体的な関数は指定していません.

$$S = \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{} = -\int_{\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{} \tag{1}$$

5.　幅と長さが均一な平板状の硬質塩化ビニル板において，厚さが 0.5mm から 1.0ｍｍになると曲げ剛性 IE が何倍になるか求めてください．縦弾性係数 E は物質の厚さで変化しません．断面 2 次モーメント I は，中立面からの厚さ方向の変位を y とし，式(2)で与えられます．ここでは板厚の中心が y=0 となります.

$$I = \int_A y^2 dA \tag{2}$$

6.　断面積 S と密度 ρ が均一で，長さが L の棒があったとして，棒の中心を回転中心とする場合の慣性モーメントを求めてください．慣性モーメントは，質量 dm の回転中心からの距離を r として，r^2dm を全体に積分することで求められます.

7.　式(3)(4)の関係を利用するオイラー法を参考に，表 1 において x=5.0 の dy/dx を算出してください.

表 1　オイラー法を参考に dy/dx を計算する問題のための数値

x	1	2	3	4	6
y	12	6	4	3	2

$$x_1 = x_0 + h \qquad (3)$$

$$y_1 = y_0 + h\frac{dy}{dx} \qquad \cancel{(5)}(4)$$

8.　図 2 のように扇形の断面の物体が，水平な x 軸上を滑らずに転がる．扇形の弧の半径を r，円弧上のどこからも距離が r になる点 C の座標を(x_C, y_C)とする．円弧上の点 P(x_P, y_P)の位置が式(5)で表され，$x_C=0$ の時に y 軸と線分 CP のなす角が α とするとき，角 θ を時間 t の関数，α および半径 r を定数として，原点 O に対する点 P の運動の加速度を計算してください.

$$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r\sin\theta \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r\sin\alpha \\ r\cos(-\alpha) \end{pmatrix} \tag{5}$$

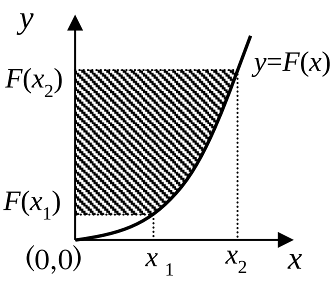


図 1　x の関数 y と積分

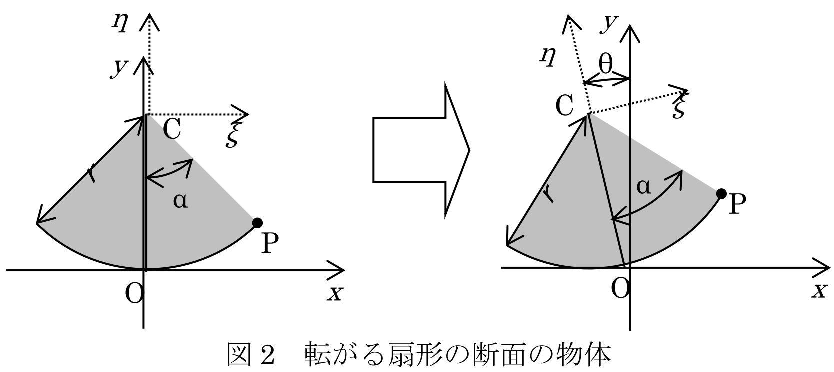


図 2　転がる扇形の断面の物体

Moodle 上での答案返却を予定しており，異議申し立てを 8 月 ~~9 日~~ 17 時まで受け付けます．（10 日まで延長）

配点と解答例

問 1

2×0.866=1.732 だが，目盛りは 0.1 が最小なので，0.032 を切り捨てて，2×0.866=1.7 とする．

- （12 点）
- 注：2×0.866≒1.7 と記述してはならない．

問 2

加速度 a，速度 v，静止した位置からの距離 x，発進してからの時間 t，仕事率 P，力 F，車重 m に式（1）-(4)の関係がある．式(1)-(4)を整理すると式(5)が得られる．

$a=v/t$ (1)

$x=at^2/2$ (2)

$P=Fx/t$ (3)

$F=ma$ (4)

$P=(mv^2/2)/t$ (5)

式(5)と与えられた条件から，仕事率は 4.73kW が得られる．

- 以上を適切に説明する（6 点）
- 計算式への数値の代入を最後にする（2 点）
- 適切な単位に変換して数値を代入し，求めた数値に適切な単位をつける（2 点）
- 適切な（今回は 3 ケタ）の値で求める（2 点）
- 計算を誤らない（1 点）

問 3

力を F，移動距離を L，時間を t として，

$$P=\frac{FL}{t} \quad (1)$$

ここで回転中心からの力の作用点までの距離を r としたとき，

$$F=\frac{T}{r} \quad (2)$$

$$L=2\pi rnt \quad (3)$$

式(1)に式(2)(3)を代入し，式(4)を得る．

$$P=2\pi nT \quad (4)$$

以上より，$2\pi nT$を得る（10 点）

問 4

$$S=\int_{F(x_2)}^{F(x_1)} xdy=-\int_{F(x_1)}^{F(x_2)} xdy$$

- 積分範囲を $F(x_1)$から $F(x_2)$にし，右辺はその逆にする（10 点）
- 被積分関数が x，積分変数は y となる．（5 点）

問 5

式(2)を参考に，板厚 0.5mm の断面二次モーメント $I_{0.5}$ と板厚 1.0mm の断面二次モーメント $I_{1.0}$ は，それぞれ以下で表される．

$$I_{0.5}=\int_{-0.25\times10^{-5}}^{0.25\times10^{-5}} y^2 dA \quad (5\text{-}1)$$

$$I_{1.0}=\int_{-0.5\times10^{-5}}^{0.5\times10^{-5}} y^2 dA \quad (5\text{-}2)$$

式(5-1)(5-2)より $I_{1.0}／I_{0.5}$ は 8 となる．よって，厚さが 2 倍になると曲げ剛性は 8 倍になる．

- それぞれ積分範囲を-0.25×10^{-3} から 0.25×10^{-3} および-0.50×10^{-3}から 0.50×10^{-3}とする．(15 点)
- 曲げ剛性が 8 倍になる旨を記述する．（5 点）

問 6

長さ L の棒の中心を回転中心とする慣性モーメント I_c は，回転中心を r =0 とし，積分範囲を-L/2 から L/2 までとして，式(1)で表せる．

$$I_c=\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} r^2 dm \quad (1)$$

またこのとき，棒の断面積と密度がそれぞれ S，ρ であるから，

$$dm=\rho S dr \quad (2)$$

式(7B-1) (7B-2)より

$$I_c=\rho S\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} r^2 dr$$

$$=\frac{\rho S L^3}{12}$$

以上より，与えられた条件による棒の慣性モーメントは $SL^3/12$ である．

- $I = \rho S\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} r^2\,dr$の式を作成(12 点)
- $I = \frac{\rho S L^3}{12}$を得る．(2 点)

問 7

式(3)(4)を整理すると式(7-1)が得られる．

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} \qquad (7\text{-}1)$$

ここで 4 と 6 の間に 5 があり，式(7-1)より x が 4 から 6 の間の変化の割合を x=5 における dy/dx とする．よって表 1 と式(7-1)から

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2-3}{6-4} = -1 \qquad (7\text{-}2)$$

以上より，x=5 において dy/dx=-1 である．

- $\frac{dy}{dx} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$を得る．(10 点)
- 傾きの数値解を得る．(1 点)

問 8

位置を時間 t で 2 階微分したものが加速度になる．

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_\mathrm{p} \\ y_\mathrm{p} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} -r\sin\theta \\ r \end{pmatrix}$$

$$+\begin{pmatrix} \frac{d}{dt}\cos\theta & \frac{d}{dt}(-\sin\theta) \\ \frac{d}{dt}\sin\theta & \frac{d}{dt}\cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} r\sin\alpha \\ r\cos(-\alpha) \end{pmatrix}$$

$$+\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{d}{dt}(r\sin\alpha) \\ \frac{d}{dt}\{r\cos(-\alpha)\} \end{pmatrix}$$

$$= -\,r\frac{d\theta}{dt}\begin{pmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{d\theta}{dt}\begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} r\sin\alpha \\ r\cos(-\alpha) \end{pmatrix}$$

この式を更に時間 t で微分する．

$$\frac{d^2}{dt^2}\begin{pmatrix} x_\mathrm{p} \\ y_\mathrm{p} \end{pmatrix} = \frac{d^2\theta}{dt^2}\begin{pmatrix} -r\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\begin{pmatrix} r\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-\frac{d^2\theta}{dt^2}\begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} r\sin\alpha \\ r\cos(-\alpha) \end{pmatrix}$$

$$-\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} r\sin\alpha \\ r\cos(-\alpha) \end{pmatrix}$$

以上の計算で示される $\frac{d^2}{dt^2}\begin{pmatrix} x_\mathrm{P} \\ y_\mathrm{P} \end{pmatrix}$ が点 P の加速度である．

- 位置ベクトルを時間で 2 階微分すると加速度が得られる旨の説明をする(3 点)
- 速度の計算結果を得る（1 点）．なお微分の計算が終わっていない解答の場合は，計算結果を得たとはみなさない．
- 加速度の計算結果を得る(1 点)．なお点 C の加速度は角速度の 2 乗に比例する項と角加速度に比例する項の和になるはずであるが，適切に計算できていない学生が多い．